Lehrstuhl B für Mathematik
RWTH Aachen University
Lineare Algebra II
SS 2017

Präsenzaufgaben 6 (30.5./31.5.2017)

Die Klausurzulassungsbedingung, eine Aufgabenlösung im Tutorium vorzustellen, kann auch durch die Vorstellung einer Präsenzaufgabe erfüllt werden.

1. (Determinante ausrechnen)

   Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

   Hinweis: Formen Sie die Matrix in eine andere mit der gleichen Determinante um (von der diese leicht zu berechnen ist).

2. (Signum ausrechnen)

   Sei $\{i_1, \ldots, i_r\} \subseteq \underline{n}$ eine r-elementige Teilmenge. Sei π die Permutation aus S_n mit $i_1 \mapsto i_2 \mapsto \cdots \mapsto i_r \mapsto i_1$ (also i_j wird auf i_{j+1} abgebildet für $1 \leq j < r$, i_r wird auf i_1 abgebildet, und alle anderen Punkte werden auf sich selbst abgebildet). Berechnen Sie das Signum von π.

   Tipp: Schreiben Sie π als Produkt von Transpositionen.

   Anmerkung: Eine solche Permutation heißt auch r-*Zykel*.

3. (Determinante der Transponierten) Zeigen Sie, dass für jede Permutation $\pi \in S_n$ gilt

$$\mathrm{sign}(\pi) = \mathrm{sign}(\pi^{-1}).$$

   Benutzen Sie diese Tatsache und die Leibniz-Formel für die Determinante von $A \in K^{n \times n}$, um zu zeigen, dass $\det(A) = \det(A^{tr})$ gilt.

   Was können Sie über die Determinante einer orthogonalen Matrix sagen?